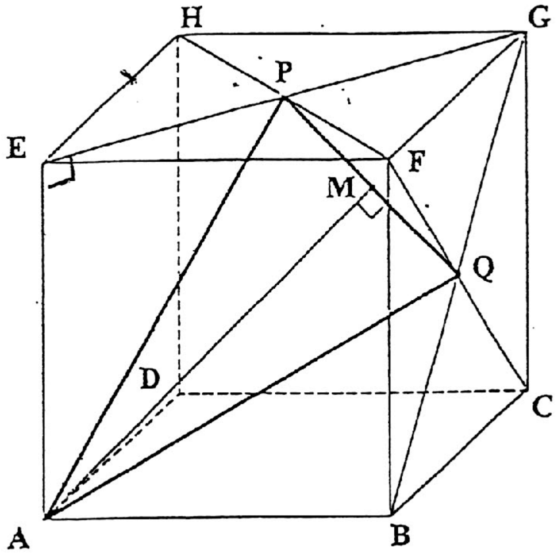

ABCDEFGH est un cube dont la mesure de l'arête est l'unité.

Les points P et Q sont les centres respectifs des faces EFGH et BCGF.

1° a) Justifier que le triangle AEP est rectangle en E.

l'arête (AE) est perpendiculaire à la face (HEFG) elle est donc perpendiculaire à la droite (EG) donc (EA) ⊥ (EP) donc AEP rectangle en E.

b) Justifier que $EP = \frac{\sqrt{2}}{2}$.   EP est la demi-diagonale d'un carré de coté 1.

$EP = \frac{1}{2} \times EG = \frac{1}{2} \times (a\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \times 1\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{EP = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

(On peut aussi appliquer le théorème de Pythagore ...)

c) En utilisant le triangle BEG, justifier que $PQ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

dans le triangle BEG
- P milieu de [GE]
- Q milieu de [GB]

OS ... (théorème des milieux)

$PQ = \frac{1}{2} EB$ or $EB = EG = \sqrt{2}$ $PQ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{PQ = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

d) Justifier que $AP = \frac{\sqrt{6}}{2}$. ; On applique le théorème de Pythagore dans le triangle PEA rectangle en E $AP^2 = EA^2 + EP^2 = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$

$AP = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\boxed{AP = \frac{\sqrt{6}}{2}}$

2° Soit M le milieu du segment [PQ]. On admettra que $AQ = \frac{\sqrt{6}}{2}$ et que le triangle PAM est rectangle en M.

a) Calculer une valeur approchée, en degrés, au centième près, de la mesure de l'angle $\widehat{PAM}$.

Comme AP = AQ ; le triangle APQ est isocèle en A. et M le pied de la hauteur est aussi le milieu de [PQ] et donc $PM = \frac{1}{2} PQ$ $PM = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Dans le triangle APM rectangle en M

$\sin(\widehat{PAM}) = \frac{PM}{AP} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}$. Avec la calculatrice $\widehat{PAM} \simeq 16,78°$

b) En déduire une valeur approchée, en degrés, au dixième près, de la mesure de l'angle $\widehat{PAQ}$.

(AM) est la bissectrice de $\widehat{PAQ}$

$\widehat{PAQ} = 2\ \widehat{PAM}$

donc $\boxed{\widehat{PAQ} \simeq 33,6°}$